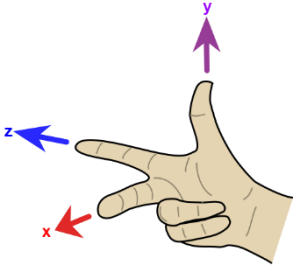


דף נוסחאות - חוזק חומרים 2

$$\vec{F}_{AB} = |F| \cdot \hat{\lambda}_{AB}$$

$$\hat{\lambda}_{AB} = \frac{\overline{AB}}{|AB|} = \frac{B - A}{|AB|} = \frac{(B\hat{i}, B\hat{j}, B\hat{k}) - (A\hat{i}, A\hat{j}, A\hat{k})}{|AB|} = \frac{(AB\hat{i}, AB\hat{j}, AB\hat{k})}{\sqrt{(AB\hat{i})^2 + (AB\hat{j})^2 + (AB\hat{k})^2}}$$



$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} I_z & I_{yz} \\ I_{yz} & I_y \end{pmatrix}$$

$$tg(2\theta) = \frac{2I_{yz}}{I_z - I_y}$$

$$I_{max} = \left(\frac{I_z + I_y}{2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{(I_z - I_y)^2 + 4(I_{yz})^2}$$

$$I_{min} = \left(\frac{I_z + I_y}{2} \right) - \frac{1}{2} \sqrt{(I_z - I_y)^2 + 4(I_{yz})^2}$$

$$\Gamma_{[deg]} = tg^{-1} \left(\left(\frac{M_z}{M_y} \right) \cdot \left(\frac{I_y}{I_z} \right) \right)$$

$$\sigma_{xx}(A) = - \left(\frac{M_z}{I_z} \right) \cdot y + \left(\frac{M_y}{I_y} \right) \cdot z$$

מערכת צירים ימנית בקורס עובדים רק איתה

אפשרי לסובב את היד ולקבל 3 וורסיות נוספות של מערכת צירים זו

טנזור מאמצים

אינדקס ראשון – כיוון הניצב למישור שעליו פועל המאמץ
אינדקס שני – כיוון המאמץ

טנזור אנרציה עבור חתך שמתואר בקוארדינטות y, z

חישוב הזווית בין מערכת צירים מרכזית למערכת צירים ראשית

חישוב מומנטי אנרציה במערכת צירים מרכזית וראשית

❖ ע"פ חוק "גדול נשאר גדול" – מומנט האנרציה במערכת צירים מרכזית שערכו הגדול ביותר, יהיה מומנט האנרציה הגדול ביותר גם במערכת צירים מרכזית וראשית.

חישוב הזווית בין מערכת צירים ראשית ומרכזית למישור הנייטרלי

מאמצי מתיחה (+) / לחיצה (-) כתוצאה ממומנט כפיפה שפועל במרכז החתך

$\sigma_{xx}(A)$ [MPa] מאמץ לחיצה / מתיחה בנק' A

M_z [N-mm] רכיב המומנט בציר Z

M_y [N-mm] רכיב המומנט בציר Y

I_z [mm⁴] מומנט אנרציה מרכזי וראשי סביב ציר Z

I_y [mm⁴] מומנט אנרציה מרכזי וראשי סביב ציר Y

y [mm] מרחק הנק' A מציר Z

z [mm] מרחק הנק' A מציר Y

$$\sigma^F(A) = \frac{F}{A}$$

מאמץ מתיחה / לחיצה בחתך A כתוצאה מהפעלת כח F

מאמץ נורמלי – מתיחה (+) או לחיצה (-)
 $\sigma_{[MPa]}^F$
 כח $F_{[N]}$
 שטח חתך $A_{[mm^2]}$

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

מאמץ גזירה בקורה

מאמץ גזירה $\tau_{[MPa]}$
 כח גזירה $V_{[N]}$
 מומנט סטטי של השטח עבור הנקודה שבה מחשבים את המאמץ $Q_{[mm^3]}$
 מומנט אנרציה של כל הפרופיל (בד"כ סביב ציר Z) $I_{[mm^4]}$
 רוחב החתך בנקודה בה אנו מחשבים את המאמץ (בד"כ רוחב החתך בציר Z) $t_{[mm]}$

❖ מאמץ גזירה בשפות החופשיות הוא אפס
 ❖ מאמץ גזירה מקסימלי מתפתח במרכז השטח

$$Q = \bar{y}' \cdot A'$$

מומנט הסטטי של השטח (Statical Moment of Area)

$Q_{[mm^3]}$ המומנט הסטטי הראשון של השטח מעל (או מתחת) הנקודה הנבדקת, ביחס לציר הנייטרלי

$\bar{y}_{[mm]}$ המרחק על ציר y בין הסנטרואידים :
 סנטרואיד של הפרופיל כולו
 סנטרואיד של השטח שתחום בין סנטרואיד של הפרופיל ובין הנקודה שעבורה מחשבים את המאמץ

$A_{[mm^2]}$ השטח הכלוא בין הסנטרואיד של הפרופיל כולו, לבין הנקודה שעבורה מחשבים את המאמץ
 בין הנקודה שעבורה מחשבים לבין קצה פרופיל החתך

$$q = \frac{VQ}{I}$$

שטף הגזירה

(שימושי עבור חתכים דקי דופן / כאשר נדרשים לחשב כח על מסמרה)
 $q_{\left[\frac{N}{m}\right]}$ שטף הגזירה – כח ליחידת אורך על ציר לאורך הקורה (בד"כ X)
 כח גזירה $V_{[N]}$
 מומנט סטטי של השטח עבור הנקודה שבה מחשבים את המאמץ $Q_{[m^3]}$
 מומנט אנרציה סביב הציר $I_{[m^4]}$

❖ משתמשים בשטף בגזירה עבור חיבור בדיד בין קורות
 לדוגמא קורות שמחוברות באמצעות מסמרות

$$F = q \cdot L$$

כח שפועל על כל מסמרה

כח שפועל על המסמרה $F_{[N]}$
 שטף הגזירה $q_{\left[\frac{N}{m}\right]}$
 מרחק בין המסמרות $L_{[m]}$

מאמצים משולבים

דרך פעולה בחישוב מאמצים משולבים שפועלים על חתך

1. נרשום את כל הכוחות שפועלים על החתך (כוחות מתיחה/לחיצה, כוחות גזירה)
 (F_x, F_y, F_z)
 נרשום את כל המומנטים שפועלים על החתך (מומנטי פיתול, מומנטי כפיפה)
 (M_x, M_y, M_z)
 נשרטט את החתך עם כל הכוחות והמומנטים שפועלים עליו
2. עבור כל כח / מומנט, נחשב בנפרד את המאמצים שהוא יוצר בנקודה מסויימת בחתך.
3. נחבר את המאמצים שהם בעלי אינדקסים זהים.

$$\sigma_{xx}^{F_x}(A)$$

$$\tau_{xy}^{F_y}(A)$$

$$\tau_{xy}^{F_z}(A)$$

$$\tau_{xy}^{M_x} = \tau_{xy}^T$$

$$\sigma_{xx}^{M_y}$$

$$\sigma_{xx}^{M_z}$$

מאמץ מתיחה/לחיצה כתוצאה מכח שפועל בכיוון X

מאמץ גזירה כתוצאה מכח שפועל בכיוון Y

מאמץ גזירה כתוצאה מכח שפועל בכיוון Z

מאמץ גזירה כתוצאה ממומנט פיתול

מאמץ מתיחה/לחיצה כתוצאה ממומנט כפיפה

מאמץ מתיחה/לחיצה כתוצאה ממומנט כפיפה

קריטריוני כשל

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 4(\tau_{xz})^2}$$

$$|\sigma_{max} - \sigma_{min}| \leq \sigma_{y,p}$$

$$(\sigma_1)^2 - (\sigma_1 \sigma_2) + (\sigma_2)^2 \leq (\sigma_{y,p})^2$$

חישוב מאמצים ראשיים

σ_{xx} [MPa] מאמצי מתיחה / לחיצה

σ_{zz} [MPa] מאמצי מתיחה / לחיצה

τ_{xz} [MPa] מאמצי גזירה

קריטריון כשל – טרסקה (Tresca)

תקף עבור מתכות איזוטרופיות, אלסטיות, בתחום האלסטי

$\sigma_{y,p}$ מאמץ כניעה מינימלי הדרוש לחומר, על מנת שלא יוצר כשל

קריטריון כשל – פון מיזס (Von Mises)

תקף עבור בעיה דו-מימדית

יש חשיבות לסימן מינוס עבור המאמצים

שקיעות קורות

$$EIw''(x) = M(x)$$

$$EIw'''(x) = V(x)$$

$$EIw''''(x) = q(x)$$

משוואת שקיעת קורה דיפרנציאלית, מסדר שני

$E_{[MPa]}$ מודול אלסטיות
 $I_{[mm^4]}$ מומנט אנרציה של חתך הקורה
 $w''(x)$ נגזרת שניה של משוואת השקיעה
 $M(x)$ מהלך מומנטי הכפיפה

משוואת שקיעת קורה דיפרנציאלית, מסדר שלישי

$E_{[MPa]}$ מודול אלסטיות
 $I_{[mm^4]}$ מומנט אנרציה של חתך הקורה
 $w'''(x)$ נגזרת שלישית של משוואת השקיעה
 $V(x)$ מהלך כוחות הגזירה

משוואת שקיעת קורה דיפרנציאלית, מסדר רביעי

$E_{[MPa]}$ מודול אלסטיות
 $I_{[mm^4]}$ מומנט אנרציה של חתך הקורה
 $w''''(x)$ נגזרת רביעית של משוואת השקיעה
 $q(x)$ כח מפולג

פתיר / לא פתיר	תנאי שקיעה רלוונטים	סה"כ קבועים	מס' קבועי אינטגרציה קטע 2	מס' קבועי אינטגרציה קטע 1	דרך פתרון
				2	$EIw''(x) = M(x)$
				3	$EIw'''(x) = V(x)$
				4	$EIw''''(x) = q(x)$

תנאי שקיעה

עבור סמך כדורי, בנק' A ($x = 0$)

$w(x = 0) = 0$	הקורה לא יכולה לנוע מעלה או מטה
$w''(x = 0) = 0$	הקורה חופשיה להסתובב ולכן הסמך אינו יוצר מומנט

עבור סמך כדורי נייד, בנק' A ($x = 0$)

$w(x = 0) = 0$	הקורה אינה נעה מעלה או מטה (אפילו שהסמך מאפשר)
$w''(x = 0) = 0$	הקורה חופשיה להסתובב ולכן הסמך לא יוצר

עבור ריתום, בנק' A ($x = 0$)

$w(x = 0) = 0$	הקורה אינה יכולה לנוע מעלה או מטה
$w'(x = 0) = 0$	הקורה אינה מקבלת זווית בחתך הריתום

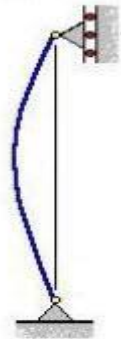
תנאי רציפות (כאשר $M(x)$ אינו אחיד לכל אורך הקורה)

$w_1(B) = w_2(B)$	עבור נקודה זהה B בקורה, השקיעה חייבת להיות שווה משני הכיוונים
$w'_1(B) = w'_2(B)$	עבור נקודה זהה B בקורה, זווית השקיעה חייבת להיות שווה משני הכיוונים

קריסת מוטות

קריסה מסוג 1

כח מקסימלי שניתן להפעיל מבלי לגרום לקריסה $P_{Cr[N]}$
 מודול אלסטיות של חומר המוט $E[Pa]$
 מומנט אנרציה של חתך המוט $I[m^4]$
 אורך המוט $L[m]$



קריסה מסוג 2

כח מקסימלי שניתן להפעיל מבלי לגרום לקריסה $P_{Cr[N]}$
 מודול אלסטיות של חומר המוט $E[Pa]$
 מומנט אנרציה של חתך המוט $I[m^4]$
 אורך המוט $L[m]$



קריסה מסוג 3

כח מקסימלי שניתן להפעיל מבלי לגרום לקריסה $P_{Cr[N]}$
 מודול אלסטיות של חומר המוט $E[Pa]$
 מומנט אנרציה של חתך המוט $I[m^4]$
 אורך המוט $L[m]$



קריסה מסוג 4

כח מקסימלי שניתן להפעיל מבלי לגרום לקריסה $P_{Cr[N]}$
 מודול אלסטיות של חומר המוט $E[Pa]$
 מומנט אנרציה של חתך המוט $I[m^4]$
 אורך המוט $L[m]$



$$P_{critic} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$P_{critic} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$$

$$P_{critic} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$

$$P_{critic} = \frac{2.05\pi^2 EI}{L^2}$$