

דף נוסחאות – פיסיקה 1 - מכניקה

ווקטור היחידה

ווקטור יחידה:

$$\hat{\lambda} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

ווקטורי יחידה בכיוון הצירים:

$$X: (1,0,0)\hat{i}$$

$$Y: (0,1,0)\hat{j}$$

$$Z: (0,0,1)\hat{k}$$

גודל ווקטור יחידה:

$$|\hat{\lambda}| = 1$$

פעולות עם ווקטורים

מכפלה סקלרית של שני ווקטורים:
(מחזירה גודל)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A| \cdot |B| \cdot \cos\theta$$

מכפלה ווקטורית:

(כיוון ווקטור התוצאה מאונך למישור שני הווקטורים הנתונים)

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \hat{\lambda}|A||B|\sin\theta$$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$+\hat{i}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - \hat{j}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + \hat{k}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$$

קינמטיקה

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

העתק:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

שינוי בזמן:

$$v_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

מהירות ממוצעת:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{dx}{dt}$$

מהירות רגעית:

$$a_{\left[\frac{m}{s^2}\right]} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

תאוצה ממוצעת:

$$\vec{a}_{\frac{m}{s^2}} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

תאוצה רגעית:

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

ווקטור מיקום בכל רגע:
(רדיוס-ווקטור)

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))$$

ווקטור מהירות בכל רגע:
נגזרת של ווקטור מיקום

$$\vec{a}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = (a_x(t), a_y(t), a_z(t))$$

ווקטור תאוצה בכל רגע:
נגזרת של ווקטור מהירות

$$\vec{v}_t = \vec{v}_{t_1} + \int_{t_1}^t \vec{a} dt$$

$$v_x(t) = \vec{v}_{x_{t_1}} + \int_{t_1}^t \vec{a}_x dt$$

$$v_y(t) = \vec{v}_{y_{t_1}} + \int_{t_1}^t \vec{a}_y dt$$

$$v_z(t) = \vec{v}_{z_{t_1}} + \int_{t_1}^t \vec{a}_z dt$$

ווקטור מהירות בכל רגע:

$$\vec{r}_t = \vec{r}_{t_1} + \int_{t_1}^t \vec{v}(t) dt$$

$$x(t) = x_{t_1} + \int_{t_1}^t \vec{v}_x(t) dt$$

$$y(t) = y_{t_1} + \int_{t_1}^t \vec{v}_y(t) dt$$

$$z(t) = z_{t_1} + \int_{t_1}^t \vec{v}_z(t) dt$$

ווקטור מיקום בכל רגע
(קואורדינטה):

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

וקטור תאוצה:
נגזרת של ווקטור המהירות לפי t

$$|\vec{a}(t)| = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}$$

גודל וקטור תאוצה:

$$\vec{a}_T(t) = |\vec{a}_T(t)|\hat{v}$$

וקטור תאוצה משיקית (טנגנטית):

$$|\vec{a}_T(t)| = a\hat{v}$$

גודל וקטור תאוצה משיקית (טנגנטית):

$$|\vec{a}_T(t)| = \frac{|v(t)|dt}{dt}$$

גודל וקטור תאוצה משיקית (טנגנטית)
(דרך נוספת: נגזרת של גודל המהירות)

$$\vec{a}_N(t) = \vec{a}(t) - \vec{a}_T(t)$$

וקטור תאוצה מאונכת (נורמלית):

$$|\vec{a}_N(t)| = \sqrt{|\vec{a}(t)|^2 - |\vec{a}_T|^2}$$

גודל וקטור תאוצה מאונכת (נורמלית):
נובע ממשפט פיתגורס

תנועה בתאוצה קבועה

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

ווקטור מיקום/רדיוס ווקטור כפונקציה של זמן:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

מהירות כפונקציה של זמן:

$$v_y(t) = v_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

מהירות בציר y (אנכי) נפילה חופשית:

תנועה יחסית

$$v_{1,2}(t) = v_1(t) - v_2(t)$$

מהירות יחסית:
מהירות של 1 ביחס ל 2

עבודה ואנרגיה

$$W_{total} = \Delta E_k$$

$$W_{n.c} = \Delta E = E_2 - E_1$$

$$W_{\vec{F}} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F_x dx, F_y dy, F_z dz$$

$$W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \theta$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$E_p = mgh$$

$$E_p = \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

משפט עבודה ואנרגיה:

עבודת כוחות לא משמרים:

עבודת כח במסלול:

עבודת כח מכפלה סקלרית:

הזווית θ היא הזווית בין הכיוון החיובי של ווקטור הכח לכיוון החיובי של ווקטור ההעתק (זווית בין כיוון הכח לכיוון ההעתק)

עבודת כח חיכוך תמיד שלילית

אנרגיה קינטית:

שינוי באנרגיה קינטית:

אנרגיה קינטית סיבובית/גלגולית:

אנרגיה פוטנציאלית כובדית:

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית:

מתקף ותנע

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

תנע:

$$\vec{j} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

מתקף:

$$\vec{p}_{t_2} - \vec{p}_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

שינוי בתנע:

$$\vec{p}_{t_2} = \vec{p}_{t_1}$$

חוק שימור תנע (חוק יסודי בפיסיקה):

מתקיים במערכת סגורה, כאשר לא פועלים על הגופים כוחות חיצוניים

$$\vec{P}_{t_2} - \vec{P}_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{external} dt$$

משפט שינוי התנע:

(עבור מערכת גופים)

רק כח חיצוני גורם לשינוי תנע המערכת.

$$\vec{J}_{ext} = \Delta \vec{P} = \vec{P}_{t_2} - \vec{P}_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{external} dt$$

משפט שינוי התנע:

כאשר מדובר בכח חיצוני שפועל בזמן קצר מאוד המתקף החיצוני שואף לאפס ולכן השינוי בתנע הוא אפס

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

התנגשות פלסטית:

שני הגופים לאחר התנגשות נעים יחד.
אין שימור אנרגיה מכנית.
פיצוץ = התנגשות פלסטית הפוכה

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

התנגשות אלסטית לחלוטין:

שני הגופים נפגשים ונפרדים.
מתקיים שימור אנרגיה מכנית (קינטית).

$$v_{2x} - v_{1x} = -(u_{2x} - u_{1x})$$

משפט מהירות יחסית:

עבור התנגשות אלסטית לחלוטין חד מימדית

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

$$\propto \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

התנגשות כללית:

שני הגופים נפגשים ונפרדים.
אין שימור אנרגיה מכנית (קינטית).
אלפא כפול 100 = אחוז אנרגיה שנתרה.

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\vec{r} = R \cos(\theta(t)), R \sin(\theta(t))$$

$$\omega(t) \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right] = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{v(t)}{R}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \int_{t_1}^{t_2} \alpha(t) dt$$

$$\alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{a_T}{R}$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \int_1^{t_2} \omega(t) dt$$

$$\frac{\Delta\theta}{(2\pi)}$$

$$|V(t)| = R\omega(t)$$

$$\hat{\phi} = \hat{V}(t) = -\sin\theta(t), \cos\theta(t)$$

$$\vec{v}(t) = R\omega(t)\hat{\phi}$$

$$|a_T(t)| = R\alpha(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

$$|a_R(t)| = R\omega^2(t) = \frac{v(t)^2}{R}$$

$$\hat{r} = \cos\theta(t), \sin\theta(t)$$

$$|\vec{a}(t)| = \sqrt{(a_T)^2 + (a_R)^2}$$

תאוצה רדיאלית:

מכוונת לכיוון מרכז המעקם

מיקום קרטזי של נק' ע"ג מעגל:

מהירות זוויתית:

מהירות זוויתית:

תאוצה זוויתית:

מיקום זוויתי:
(זווית שיוצר רדיוס ווקטור)

מספר סיבובים שהגוף ביצע:

גודל מהירות משיקית (קווית):

כיוון משיקי:

ווקטור מהירות משיקית:

גודל תאוצה משיקית:

גודל תאוצה רדיאלית:

כיוון רדיאלי:
(ווקטור יחידה בכיוון r)

גודל ווקטור תאוצה:

$$s(t) = R\theta(t)$$

אורך קשת מעגל:

$$s(t) = s_0 + \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

משוואת תנועה ע"פ קשת מעגל:

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$$

מהירות קווית בתנועה ע"פ קשת מעגל:

$$v_{critic} = \sqrt{gR}$$

מהירות קריטית: (בנקודת הפיק)
כח נורמלי מתאפס בראש מסלול מעגלי

תנועה מעגלית קצובה

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{v}{R}$$

מהירות זוויתית:

$$\omega t = \theta$$

זווית שגמע הגוף:

$$f = \frac{1}{T}$$

תדירות:
(מחזורים לשניה)

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi R}{v}$$

זמן מחזור:
זמן שבו הגוף משלים סיבוב

$$v = 2\pi R f = \frac{2\pi R}{T}$$

מהירות משיקית

תנע זוויתי

$$\vec{L} = r \times p$$

תנע זוויתי:

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$|\vec{L}| = m \cdot r \cdot v \cdot \sin(\alpha) [j \cdot s]$$

גודל תנע זוויתי:

$$|\vec{L}|_1 = |\vec{L}|_2$$

תנע זוויתי נשמר כאשר על הגוף פועלים רק כוחות שמכוונים למרכז
(מכיון שאין כוחות שיוצרים מומנט)
מומנט חיצוני גורם לשינוי בתנע זוויתי

גרביטציה

$$F = \frac{GM_1m_2}{r^2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11}$$

$$U_G = -\frac{GM_1m_2}{r}$$

$$E = -\frac{GM_1m_2}{2r}$$

$$V = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\frac{GM_E m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$v_{sat} = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM_s}$$

a הוא מחצית הציר הראשי של האליפסה
(הקטע הכי ארוך)

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s}$$

חוק הכבידה האוניברסלי:

קבוע הכבידה:

אנרגיה גרביטציונית:

אנרגיה של גוף שנע בתנועה מעגלית:

מהירות מילוט:

מהירות לויין של כדור"א ברדיוס r:
תנועת לויין במסלול מעגלי
בהשפעת כח כבידה בלבד.

חוק שלישי של קפלר:
חוק זמני מחזור של כוכבי לכת
סביב השמש

$$M_{sun} = 1.99 \cdot 10^{30} [kg]$$

$$M_{earth} = 5.974 \cdot 10^{24} [kg]$$

$$M_{moon} = 7.35 \cdot 10^{22} [kg]$$

$$R_{earth} = 6.38 \cdot 10^6 [m]$$

$$R_{moon} = 1.74 \cdot 10^6 [m]$$

מסת השמש

מסת כדור הארץ

מסת הירח

רדיוס כדור הארץ

רדיוס הירח

זוויות ברדיאנים

תנועה הרמונית פשוטה

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$V_{max} = A\omega$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

מיקום בכל רגע:

מהירות בכל רגע:

מהירות בנקודת שיווי משקל:

תאוצה בכל רגע:

תדירות זוויתית של התנועה:

פאזה התחלתית:

הנוסחא לא מתאימה עבור מצב התחלתי שהגוף בנק האמפליטודה או כשהגוף בנק הש"מ.

$$\cos \varphi_0 = \frac{x_0}{A}$$

$$\sin \varphi_0 = -\frac{v_0}{A\omega}$$

$$A = \sqrt{\frac{v_0^2}{\omega^2} + x_0^2}$$

אמפליטודה:

כאשר ידועים תנאי התחלה

$$\cos \alpha = B$$

$$\alpha = \cos^{-1} B + 2\pi n$$

$$\alpha = -\cos^{-1} B + 2\pi n$$

פתרונות של קוסינוס:

$$\sin \alpha = B$$

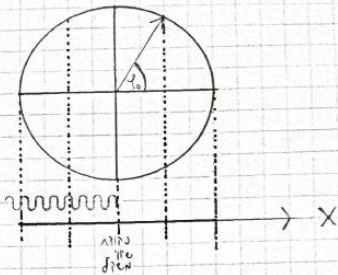
$$\alpha = \sin^{-1} B + 2\pi n$$

$$\alpha = (\pi - \sin^{-1} B) + 2\pi n$$

פתרונות של סינוס:

$$T_{metotelet} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

זמן מחזור מטוטלת מטמטית:



כאשר התאוצה	$= 0$	$-\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	0
אנרגיה אקויליבר	$A = -A$			A
מהירות	$\vec{v} = 0$	$+V_{max}$		0
אנרגיה	$\vec{q} = +q_{max}$	0		$-q_{max}$
מש	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\frac{T}{4}$		$\frac{T}{2}$
מש	T	$\frac{3T}{4}$		T

תנועת גוף קשיח

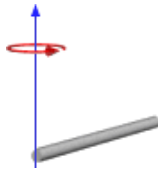
אנרגיה קינטית סיבובית:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$I = mR^2$$

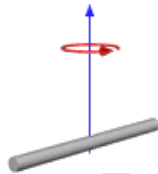
מומנט התמד (אינרציה) של נקודת מרכז מסה
מסה מסתובבת במרחק r מציר

$$I = \frac{1}{3} mL^2$$



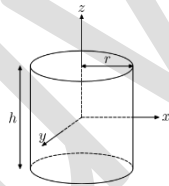
מומנט התמד מסה – מוט אחיד
מוט אחיד מסתובב סביב ציר בקצה המוט

$$I = \frac{1}{12} mL^2$$



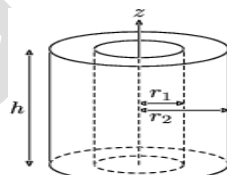
מומנט התמד מסה – מוט אחיד
מוט אחיד מסתובב סביב ציר במרכז המוט

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$



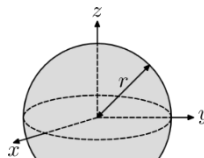
מומנט התמד מסה – גליל מלא

$$I = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2)$$



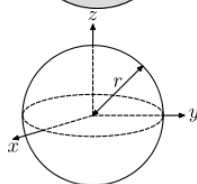
מומנט התמד – דיסקה, צינור

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$



מומנט התמד – כדור מלא

$$I = \frac{2}{3} mR^2$$



מומנט התמד – ספירה
כדור חלול