

דף נוסחאות - תורת הזרימה 2

14/06/2016

משוואת ברנולי (Bernoulli equation)

הנחות: זורם לא דחיס, מצב עמיד

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma_1} + z_1 + H_p - H_T - \sum y = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma_2} + z_2$$

אגף שמאל של המשוואה

סכום אגף שמאל		59.6	
מהירות הזורם בנק' 1	$v_1 =$	20.0	$\left[\frac{m}{sec} \right]$
תאוצת הכובד	$g =$	9.81	$\left[\frac{m}{s^2} \right]$
לחץ בנק' 1	$P_1 =$	100,000	$[Pa]$
משקל סגולי של הזורם	$\gamma_1 =$	9810	$\left[\frac{N}{m^3} \right]$
גובה נק' 1	$z_1 =$	10.0	$[m]$
עומד משאבה	$H_p =$	19.0	$[m]$
עומד טורבינה	$H_T =$	0.0	$[m]$
הפסדי עומד	$\sum y =$	0.0	$[m]$

אגף ימין של המשוואה

סכום אגף ימין		59.6	
מהירות הזורם בנק' 2	$v_2 =$	10.0	$\left[\frac{m}{sec} \right]$
תאוצת הכובד	$g =$	9.81	$\left[\frac{m}{s^2} \right]$
לחץ בנק' 2	$P_2 =$	100,000	$[Pa]$
משקל סגולי של הזורם	$\gamma_2 =$	9810	$\left[\frac{N}{m^3} \right]$
גובה נק' 2	$z_2 =$	44.3	$[m]$

Guyaros

ספיקה מסית (Mass flow rate)

ספיקה מסית	$\dot{m} =$	9.99	$\left[\frac{kg}{sec} \right]$	$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A$
צפיפות הזורם	$\rho =$	1000.00	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$	
מהירות הזורם	$v =$	4.1	$\left[\frac{m}{sec} \right]$	
שטח חתך שדרכו זורם הנוזל	$A =$	0.00246	$[m^2]$	

ספיקה נפחית (Volume flow rate)

ספיקה נפחית	$Q =$	0.0100	$\left[\frac{m^3}{sec} \right]$	$Q = \frac{\dot{m}}{\rho}$
ספיקה מסית	$\dot{m} =$	10.00	$\left[\frac{kg}{sec} \right]$	
צפיפות הזורם	$\rho =$	1000.0	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$	

מהירות הזורם כתלות בספיקה נפחית

מהירות הזורם	$v =$	4.06	$\left[\frac{m}{sec} \right]$	$v = \frac{Q}{A}$
ספיקה נפחית	$Q =$	0.010	$\left[\frac{m^3}{sec} \right]$	
שטח חתך שבו זורם הזורם	$A =$	0.00246	$[m^2]$	

מהירות הזורם עבור זרימה בצינור

מהירות הזורם	$v =$	4.06	$\left[\frac{m}{sec} \right]$	$v = \frac{4Q}{\pi d^2}$
ספיקה נפחית	$Q =$	0.01	$\left[\frac{m^3}{sec} \right]$	
קוטר הצינור	$d =$	0.056	$[m]$	

עומד בנקודה (Pressure Head)

עומד בנקודה A	$H_A =$	11.27	$[m]$	$H_A = \frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} + z_A$
מהירות הזורם בנקודה A	$v_A =$	5.00	$\left[\frac{m}{sec} \right]$	
תאוצת הכובד	$g =$	9.81	$\left[\frac{m}{s^2} \right]$	
לחץ בנקודה A	$P_A =$	0.00	$[Pa]$	
משקל סגולי של הזורם	$\gamma =$	9810.00	$\left[\frac{N}{m^3} \right]$	
גובה הנקודה A מעל נקודת ייחוס	$Z_A =$	10.000	$[m]$	

הפסדי עומד - כתלות במהירות הזורם (נוסחת Darcy-Weisbach)

הפסדי עומד	$\sum y =$	0.04	[m]
מהירות הזורם	$v =$	4.00	$\left[\frac{m}{sec}\right]$
תאוצת הכובד	$g =$	10.00	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
מקדם החיכוך	$f =$	0.0003	
אורך הצנרת	$L =$	10.00	[m]
קוטר הצנרת	$d =$	0.056	[m]
סכום מקדמי הפסד מקומיים בצנרת	$\sum k =$	0.00	

$$\sum y = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{fL}{d} + \sum k \right)$$

הפסדי עומד בצנרת - כתלות בספיקה

הפסדי עומד	$\sum y =$	0.04	[m]
ספיקה נפחית	$Q =$	0.010	$\left[\frac{m^3}{sec}\right]$
תאוצת הכובד	$g =$	10.00	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
קוטר הצנרת (השפעה גדולה בגלל שהוא בחזקה גבוהה)	$d =$	0.056	[m]
מקדם חיכוך בין הזורם לצינור	$f =$	0.0003	
אורך הצנרת	$L =$	10.00	[m]
סכום מקדמי הפסד מקומיים בצנרת	$\sum k =$	0.00	

$$\sum y = \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4} \left(\frac{f \cdot L}{d} + \sum k \right) = \frac{0.081Q^2}{d^4} \left(\frac{f \cdot L}{d} + \sum k \right)$$

הספק משאבה (Pump power)

הספק מושקע במשאבה	$W_p =$	1090.0	[W]
משקל סגולי של הזורם	$\gamma =$	9810.0	$\left[\frac{N}{m^3}\right]$
ספיקה נפחית	$Q =$	0.0100	$\left[\frac{m^3}{sec}\right]$
עומד משאבה	$H_p =$	10.00	[m]
נצילות המשאבה	$\eta_p =$	0.90	

$$(W_p)_{in} = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_p}{\eta_p}$$

הספק טורבינה (Turbine power)

הספק טורבינה (הספק שמתקבל מהטורבינה)	$W_T =$	882.9	[W]
משקל סגולי של הזורם	$\gamma =$	9810.0	$\left[\frac{N}{m^3}\right]$
ספיקה נפחית	$Q =$	0.0100	$\left[\frac{m^3}{sec}\right]$
עומד טורבינה	$H_T =$	10.00	[m]
נצילות הטורבינה	$\eta_T =$	0.90	

$$(\dot{W}_T)_{out} = \gamma \cdot Q \cdot H_T \cdot \eta_T$$

קוטר הידראולי (Hydraulic Diameter)

שימושי עבור זרימה לא בחתכים עגולים

שימושי עבור זרימה בצינור כאשר לא כל הצינור מלא בזרם

קוטר הידראולי	$D_H =$	0.059 [m]
שטח חתך של הזרם	$A =$	0.0014 [m ²]
היקף "הרטוב" שנוגע בזרם	$p =$	0.0942 [m]

$$D_H = \frac{4A}{p}$$

חישוב קוטר הידראולי עבור צינור לא מלא (תעלה בעלת מפלס מים בגובה כלשהוא)

ידוע רדיוס התעלה

ידוע גובה המפלס

קוטר הידראולי עבור תעלה

$$D_H = \frac{4A_{segment}}{p}$$

שטח הנוזל

$$A_{segment} = A_{sector} - A_{triangle}$$

שטח גזרה

$$A_{sector} = \frac{\theta}{360} \pi r^2$$

$$\theta = 2\alpha$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{r - h_f}{r} \right)$$

שטח משולש

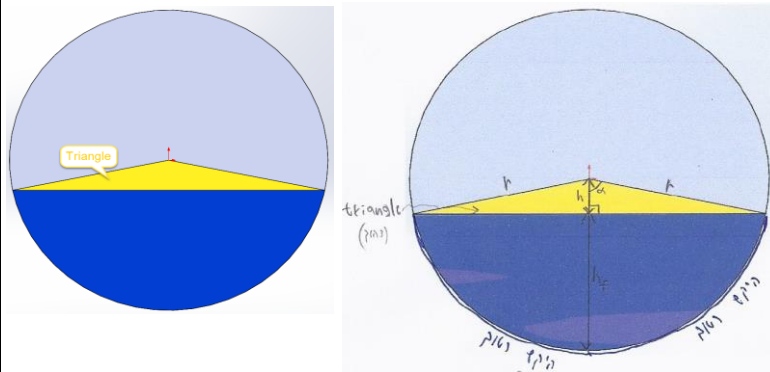
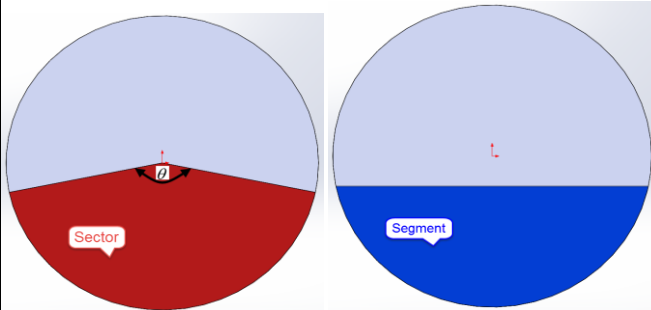
$$A_{triangle} = \frac{1}{2}bh$$

$$b = 2 \cdot r \sin(\alpha)$$

$$h = r - h_f$$

היקף "רטוב"

$$p = r\theta_{[rad]} = r\theta_{[deg]} \cdot \frac{\pi}{180}$$



מקדם החיכוך

מקדם החיכוך (כתלות בהפסד לחץ בצנרת)

מקדם החיכוך	$f =$	0.000286	
הפסד לחץ	$\Delta P =$	409.0	[Pa]
קוטר הצנרת	$d =$	0.056	[m]
צפיפות הזורם	$\rho =$	1000.0	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
מהירות הזורם	$v =$	4.00	$\left[\frac{m}{sec}\right]$
אורך הצנרת	$L =$	10.00	[m]

$$f = \frac{2 \cdot \Delta P \cdot d}{\rho \cdot v^2 \cdot L}$$

מקדם החיכוך (עבור זרימה למינרית בצינור)

מקדם החיכוך	$f =$	0.02909	
מספר ריינולדס	$R_e =$	2200	

$$f = \frac{64}{R_e} = \frac{64}{\frac{v \cdot \rho \cdot L}{\mu}}$$

$$R_e < 2400$$

עבור זרימה למינרית

מקדם החיכוך (עבור זרימה טורבולנטית מפותחת)

מקדם החיכוך	$f =$	0.0222	
חפוס יחסי	$\varepsilon =$	0.0015	

$$f = \left(\frac{1}{-0.86 \ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7} \right)} \right)^2$$

עבור זרימה טורבולנטית מפותחת

$$f = f(R_e, \varepsilon)$$

את מקדם החיכוך תמיד ניתן לשלוף מדיאגרמת מודי. כאשר ידוע מספר ריינולדס, וחפוס יחסי של הצנרת

חפוס יחסי של צינור

חפוס יחסי

חפוס יחסי	$\varepsilon =$	0.0015	
גודל החיפוס	$e =$	0.15	[mm]
קוטר הצינור	$d =$	100	[mm]

$$\varepsilon = \frac{e}{d}$$

הפסד לחץ בזרימה למינרית (Pressure loss in laminar flow)

הפסד לחץ בזרימה למינרית

הפסד לחץ	$\Delta P =$	409.0	[Pa]
צמיגות דינמית של הזורם	$\mu =$	0.001002	$\left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$
אורך הצנרת	$L =$	10	[m]
מהירות הזורם	$v =$	4.00	$\left[\frac{m}{sec}\right]$
קוטר הצנרת	$d =$	0.056	[m]

$$\Delta P = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot v}{d^2}$$

הפסד לחץ כתלות במהירות

הפסד לחץ

הפסד לחץ	$\Delta P =$	415.1	[Pa]
צמיגות דינמית של הזורם	$\mu =$	0.001002	$\left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$
אורך הצנרת	$L =$	10	[m]
ספיקה נפחית	$Q =$	0.01	$\left[\frac{m^3}{sec}\right]$
קוטר הצנרת	$d =$	0.056	[m]

$$\Delta P = \frac{128 \cdot \mu \cdot L \cdot Q}{\pi d^4}$$

הפסד לחץ כתלות בספיקה

מספר ריינולדס (Reynolds number)

מספר ריינולדס מבטא את היחס בין כוחות האנרציה לכוחות הצמיגות

מספר ריינולדס.	$R_e =$	4,370
מהירות הזורם.	$v =$	2.20 $\left[\frac{m}{sec} \right]$
צפיפות הזורם.	$\rho =$	998.2 $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$
קוטר הצינור או מידת האורך בבעיה.	$d =$	0.002 $[m]$
צמיגות דינמית של הזורם.	$\mu =$	0.001005 $\left[\frac{N \cdot s}{m^2} \right]$

$$R_e = \frac{v\rho d}{\mu}$$

מספר ריינולדס	$R_e =$	22,400
מהירות הזורם	$v =$	4.00 $\left[\frac{m}{sec} \right]$
קוטר הצינור	$d =$	0.0560 $[m]$
צמיגות קינמטית של הזורם	$\nu =$	0.000010 $\left[\frac{m^2}{sec} \right]$

$$R_e = \frac{vd}{\nu}$$

מספר ריינולדס כתלות בספיקה בצינור	$R_e =$	632,186
ספיקה נפחית	$Q =$	0.01
צפיפות הזורם	$\rho =$	998.0
קוטר הצינור	$d =$	0.0200
צמיגות דינמית של הזורם	$\mu =$	0.001005

$$R_e = \frac{4Q\rho}{\pi d\mu} = \frac{4Q}{\pi d\nu}$$

$$R_e < 1$$

זרימת סטוקס מתקיימת כאשר

$$R_e < 2400$$

זרימה למינרית מתקיימת כאשר

$$2400 < R_e < 3000$$

זרימת מעבר

$$R_e > 3000$$

זרימה טורבולנטית

$$R_e > 4000$$

זרימה טורבולנטית מפותחת

מספר פרויד (Froude number)

מספר פרויד	$Fr =$	110.9
מהירות הזורם	$v =$	347.2 $\left[\frac{m}{sec} \right]$
תאוצת הכובד	$g =$	9.81 $\left[\frac{m}{s^2} \right]$
מידת האורך בבעיה	$L =$	1.0000 $[m]$

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gL}}$$

כח גרר (Drag Force)

כח גרר	$D =$	107.2	[N]
צפיפות הזורם שבו נע הגוף	$\rho =$	1.27	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
שטח חתך הניצב לזרימה	$A =$	1.00	$[m^2]$
מקדם גרר של צורת הגוף	$C_D =$	0.27	
מהירות יחסית של הזורם ביחס לגוף	$v =$	25.00	$\left[\frac{m}{sec}\right]$

$$D = \frac{1}{2} \rho A C_D v^2$$

כח גרר שפועל על פלטה מישורית דקה.	$D =$	122.9	[N]
רוחב הפלטה.	$b =$	0.10	[m]
צפיפות הזורם שבו נעה הפלטה.	$\rho =$	1300.00	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
צמיגות הזורם שבו נעה הפלטה.	$\mu =$	1.00	$\left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$
אורך הפלטה.	$x =$	0.70	[m]
מהירות הזורם ביחס לפלטה.	$U =$	10.00	$\left[\frac{m}{sec}\right]$

$$D = 2 \cdot \left[0.644 \cdot b \cdot \sqrt{\rho \mu x U^3} \right]$$

עבור זרימה למינרית על פלטה דקה

עובי שכבת גבול (Boundary Layer thickness)

עובי שכבת הגבול במיקום x	$\delta(x) =$	0.06446	[m]
מרחק הנקודה x מראשית הלוח.	$x =$	0.70	[m]
מספר ריינולדס במיקום x		2550	

$$\delta(x) = \frac{4.65x}{\sqrt{R_{e,x}}}$$

עובי שכבת גבול עבור זרימה למינרית על פלטה דקה

$$R_e \leq 5 \cdot 10^5$$

זרימה למינרית על פלטה דקה

מספר מאך (Mach number)

מספר מאך	$M =$	0.30
מהירות הזורם	$v =$	100 $\left[\frac{m}{sec}\right]$
מהירות הקול בזורם	$C =$	330 $[?]$

$$M = \frac{v}{c}$$

עבור $M < 0.3$

מספר מאך (מהירות הקול בזורם)	$M =$	1.00
מהירות הזורם	$v =$	347.2 $\left[\frac{m}{sec}\right]$
דחיסות הזורם	$B =$	142,000 $[Pa]$
צפיפות הזורם	$\rho =$	1.177 $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

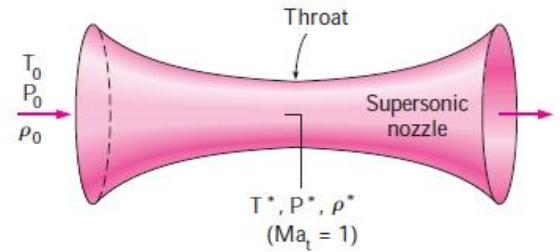
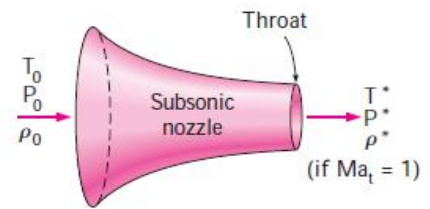
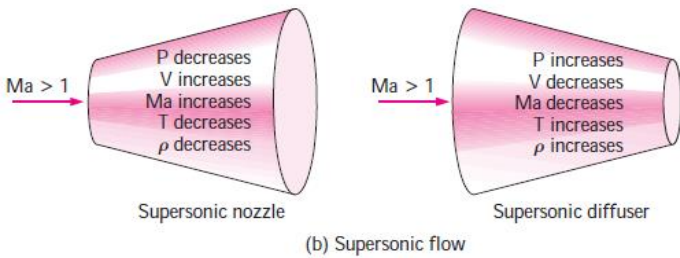
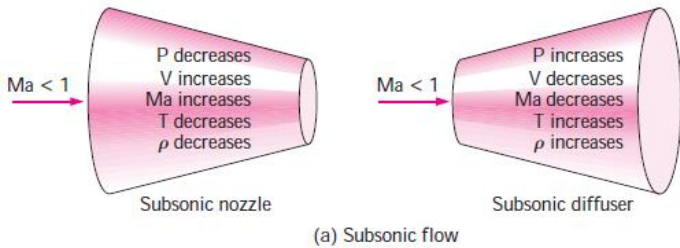
$$M = \frac{v}{\sqrt{\frac{B}{\rho}}}$$

עבור $M > 0.3$

מהירות הקול עבור גז אידיאלי	$C =$	347.2 $\left[\frac{m}{sec}\right]$
יחס קיבול חום של הגז האידיאלי	$k =$	1.4
קבוע הגזים	$R =$	287 $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$
טמפרטורת הגז	$T =$	300 $[K]$

$$C = \sqrt{k \cdot R \cdot T}$$

זרימה דחיסה



סטגנציה - המקום שממנו מגיע הזורם.

סביבה - המקום שאליו זורם הזורם.

ספיקה מסית מכסימלית דרך הנחיר

ספיקה מסית מקסימלית דרך נחיר	$\dot{m}_{\max} =$	0.409	$\left[\frac{kg}{s}\right]$
לחץ הגז במצב סטגנציה.	$P_0 =$	350000	$[Pa]$
שטח חתך הצוואר בנחיר.	$A_t =$	0.0005	$[m^2]$
קבוע הגז.	$R =$	287.0	$\left[\frac{j}{kg \cdot k}\right]$
טמפרטורת הגז במצב סטגנציה.	$T_0 =$	300.15	$[k]$

$$\dot{m}_{\max} = \frac{0.686 P_0 \cdot A}{\sqrt{R \cdot T_0}}$$

ספיקה מכסימלית מתקבלת כאשר הנחיר חנוק

ספיקה מסית דרך נחיר

ספיקה מסית דרך נחיר	$\dot{m}_{\max} =$		$\left[\frac{kg}{s}\right]$
לחץ הגז ביציאה מהנחיר	$P_e =$	350000	$[Pa]$
מספר מאך.	$M_e =$	0.2	
שטח חתך ביציאה מהנחיר	$A_e =$	0.0006	$[m^2]$
יחס קיבול חום של הגז.	$k =$	1.40	
קבוע הגז.	$R =$	287.0	$\left[\frac{j}{kg \cdot k}\right]$
טמפרטורת הגז ביציאה מהנחיר	$T =$	300.15	$[k]$

$$\dot{m} = P_e M_e A_e \sqrt{\frac{k}{RT_e}}$$

מהירות הזורם בחתך מסויים בנחיר

מהירות הזורם בחתך מסויים בנחיר.	$v =$	346.12	
מספר מאך בחתך מסויים.	$M =$	1.00	
יחס קיבול חום של הגז.	$k =$	1.4	
קבוע הגז.	$R =$	287	
טמפרטורת הגז בחתך המסויים.	$T =$	298.15	

$$v = M \sqrt{kRT}$$

טמפרטורת הגז במצב סטגנציה

טמפרטורת הגז במצב סטגנציה.	$T_0 =$	313.06	$[k]$
טמפרטורת הגז בחתך מסויים בנחיר	$T =$	298.15	$[k]$
יחס קיבול חום של הגז האידיאלי	$k =$	1.4	
מספר מאך בחתך מסויים בנחיר	$M =$	0.50	

$$T_0 = T \left(1 + 0.5 M^2 (k - 1)\right)$$

עבור תהליך איזנטרופי
עבור כל גז אידיאלי

טמפרטורת האוויר במצב סטגנציה.	$T_0 =$	313.06	$[k]$
טמפרטורת האוויר בחתך מסויים בנחיר.	$T =$	298.15	$[k]$
מספר מאך של האוויר בחתך מסויים בנחיר	$M =$	0.50	

$$T_0 = T \left(1 + 0.2 M^2\right)$$

עבור אוויר

לחץ הגז במצב סטגנציה

לחץ הגז במצב סטגנציה.	$P_0 =$	283,939	[Pa]
לחץ הגז בחתך מסויים בנחיר	$P =$	150,000	[Pa]
מספר מאך בחתך המסויים.	$M =$	1.00	
יחס קיבול חום של הגז האידיאלי.	$k =$	1.4	

$$P_0 = P(1 + 0.5M^2(k-1))^{\frac{k}{k-1}}$$

עבור תהליך איזנטרופי
עבור כל גז אידיאלי

לחץ האוויר במצב סטגנציה.	$P_0 =$	283,939	[Pa]
לחץ האוויר בחתך מסויים בנחיר	$P =$	150,000	[Pa]
מספר מאך בחתך המסויים.	$M =$	1.00	

$$P_0 = P(1 + 0.2M^2)^{3.5}$$

עבור אוויר

צפיפות הגז במצב סטגנציה

צפיפות הגז במצב סטגנציה.	$\rho_0 =$	1.89	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
צפיפות הגז בחתך מסויים בנחיר.	$\rho =$	1.20	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
מספר מאך בחתך המסויים.	$M =$	1.00	
יחס קיבול חום של הגז האידיאלי.	$k =$	1.4	

$$\rho_0 = \rho(1 + 0.5M^2(k-1))^{\frac{1}{k-1}}$$

עבור תהליך איזנטרופי
עבור כל גז אידיאלי

צפיפות הגז במצב סטגנציה.	$\rho_0 =$	1.89	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
צפיפות הגז בחתך מסויים בנחיר.	$\rho =$	1.20	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
מספר מאך בחתך המסויים.	$M =$	1.00	

$$\rho_0 = \rho(1 + 0.2M^2)^{2.5}$$

עבור אוויר